MINISTÈRE DE L'EDUCATION
NATIONALE ET DE L'ALPHABETISATION

-----------------------------------

MENET - FP

INISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT TECHN
ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

Union – Discipline – Travail

# MON ECOLE A LA MAISON

**SECONDAIRE**
**2 A**
**MATHEMATIQUES**

## CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

## Durée : heures                    Code :

**COMPETENCE 1 :** **Traiter une situation relative au calculs algébriques et aux fonctions**

**THEME 2 :** **Fonctions**

**Leçon 5** Suites numériques

## A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Monsieur Koffi, riche planteur de cacao voit son champ de cacao ravagé par un violent feu de brousse en 2018. N'ayant plus de moyens financiers pour subvenir aux besoins scolaires de son fils, il sollicite un prêt de 1 000 000 FCFA auprès de la coopérative locale. La coopérative décide de lui accorder le prêt avec les conditions suivantes :
Le remboursement fera selon plusieurs échéances.

- ✓ Date du 1$^{er}$ remboursement : 01 janvier 2019. La somme de 200000 fcfa
- ✓ Le taux d'intérêt annuel est 15%.

Illettré, M. Koffi demande à son fils en classe de 1$^{ere}$A de lui déterminer en quelle année il finira de rembourser son emprunt.

## B. CONTENUS DE LA LECON

## 1- GENERALITES

### 1.1. Définition

On appelle suite numérique, toute fonction définie de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{R}$ .

Exemple

≪ 5 ; 7 ; 11 ≫ définit une suite finie de trois nombres

### 1.2. Notation et vocabulaire

Soit U une suite numérique définie sur $\mathbb{N}$.
On note U : $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$n \longmapsto U_n$$

On la note $(U_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ ou tout simplement $(U_n)$

- ✓ $U_n$ est le terme d'indice n ou le terme de rang n ou encore le terme général de la suite U. C'est l'image de n par U. Le premier terme est appelé le terme initial.
- ✓ $(U_n)$ désigne la suite d'indice n

**Exercice de fixation**

Soit U la suite d'indice n et de premier terme $U_0$ définie par : $(U_n)$ : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = 2U_n + 7 \end{cases}$

Calcule le terme d'indice 1 et le terme d'indice 2 de la suite U.

**Proposition de solution :**

Le terme d'indice 1 de la suite U est $U_1$ : $U_{0+1}$=$U_1$=2$U_0$+7=2×3+7=13

Le terme d'indice 2 de la suite U est $U_2$ : $U_{1+1}$=$U_2$=2$U_1$+7=2×13+7=33

**Remarque : Le terme d'indice 1 peut être aussi appelé terme de rang 1.**

## 2- DIFFERENTES DETERMINATIONS D'UNE SUITE NUMERIQUE.

### 2-1. Suite définie par une formule explicite

**Définition**

Une suite U est définie par une formue explicite quand $U_n$ est exprimé en fonction de n.

**Exemple** : On donne la suite U définie par $U_n = 2n^2 - 1$

Calcule les 3 premiers termes de U.

**Proposition de solution**

$U_0$= $2 \times 0^2 - 1$= $-1$ ; $U_1 = 2 \times 1^2 - 1 = 1$ ; $U_2 = 2 \times 2^2 - 1 = 7$

### 2-2. Suite définie par une formule de récurrence

**Définition**

Une suite U est définie par une formule de récurrence quand on donne le terne initial et une relation entre deux termes d'indices consécutifs.

**Exemple :** $(U_n) : \begin{cases} U_0 = 0{,}5 \\ U_{n+1} = 3U_n + 4 \end{cases}$

**Exercice de fixation**

Dans les cas suivants, indique la suite définie par une formule de récurrence et celle définie par une formule explicite :

a) $U_n = 2 - n^2$ ; b) $V_0 = 1$ $et$ $V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n$

**Proposition de solution :**

cas a) formule explicite. Cas b) formule de récurrence.

## 3- REPRESENTATION GRAPHIQUE DES TERMES D'UNE SUITE

**Définition**

Une suite étant une fonction, elle peut être représentée graphiquement dans le plan muni d'un repère. On peut également représenter des termes d'une suite sur une droite graduée.

### 3.1. Représentation graphique des termes d'une suite définie par la donnée de tous ses termes

**Définition**

Une suite numérique $(U_n)_{n \in E}$ est parfaitement déterminée par la donnée de tous ses termes.

**Exemple**

Soit E = $\{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$.
On considère la suite $(u_n)$ , n ∈ E telles que $u_1$=4 ;$u_2 = 6$ ; $u_3 = 8$ et $u_4 = 10$.
La suite $(u_n)$ est parfaitement déterminée par la donnée de ses quatre termes.

**Exercice de fixation 1**

Détermine tous les termes de la suite $(u_n)$ $n \in \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5\}$ définie par :

$u_0 = -1$ et ∀ $n \in \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5\}$, $u_{n+1} = 1 - 2u_n$

**Réponse**

On a : $u_{n+1} = 1 - 2u_n$ ; $u_1 = 1 - 2u_0 = 1 + 2 = 3$ car $u_0 = -1$ ; $u_2 = 1 - 2u_1 = 1 - 6 = -5$ ; $u_3 = 1 - 2u_2 = 1 + 10 = 11$ ; $u_4 = 1 - 2u_3 = 1 - 22 = -21$ ; $u_5 = 1 - 2u_4 = 1 + 42 = 43$

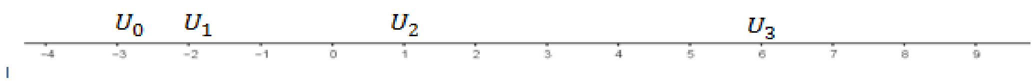
**Exercice d'application 2**

On donne la suite U définie par :

$U_0 = -3,\ U_1 = -2,\ U_2 = 1\ et\ U_3 = 6$

Représente sur une droite graduée (OI) les différents termes de la suite U.

**Proposition de solution**




### 3.2. Représentation graphique des termes d'une suite définie par sa formule de récurrence

**Méthode :** Dans un repère orthonormé, on trace d'abord la courbe représentative de la fonction $f$ définissant la relation de récurrence telle que $U_{n+1} = f(U_n)$, (où $f$ est une fonction définie sur un intervalle $I$ tel que : $U_0 \in I$ et pour tout $x \in I, f(x) \in I$ ) et la droite d'équation : $y = x$ .

On part de $U_0$ en abscisse : l'ordonnée du point de la courbe correspondant à cette abscisse nous donne $U_1$.

$U_1 = f(U_0)$.Pour déterminer $U_2 = f(U_1)$ ,il nous faut rabattre $U_1$ sur l'axe des abscisses en utilisant la droite d'équation $y = x$.

Dès lors, $U_2$ est l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse $U_1$. Pour poursuivre la construction, on répète le procédé en rabattant $U_2$ sur l'axe des abscisses …

**Exercice de fixation**

Soit $(V_n)$, la suite définie par : $\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_{n+1} = 2V_n - 1, si\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$ . Représente graphiquement les 4 premiers termes de la suite $(V_n)$.

**Solution**

Soit la fonction $f$ définie sur ℕ par $f(x) = 2x - 1$ et © sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I ,J). Représentons © et la droite (D) : $y = x$ puis construisons $V_0$ , $V_1$ , $V_2$et $V_3$


### 3.3. Représentation graphique des termes d'une suite définie par une formule explicite

**Définition**

Soit U la suite définie sur ℕ par $U_n = f(n)$.
Le plan étant muni d'un repère (O, I, J), on construit © la courbe représentative de la fonction *f*.
L'ensemble des points $M_n$ de © de coordonnées $(n\,; f(n))$ est une représentation graphique de la suite U.

**Remarque :**

En projetant les points $M_n$ sur l'axe des ordonnées, on obtient une représentation graphique de la suite U.

**Exercice de fixation**

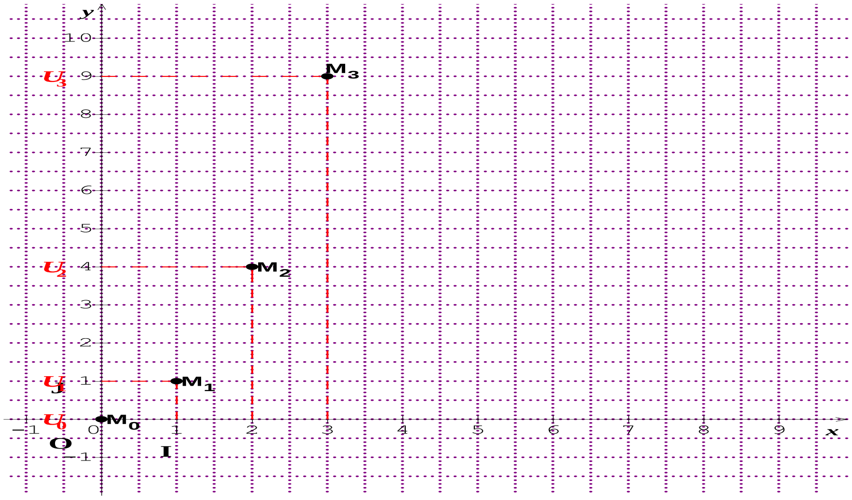
Soit $(U_n)$, la suite définie par $U_n = n^2$.

Représente graphiquement les 4 premiers termes de la suite $U$ .

**Solution**

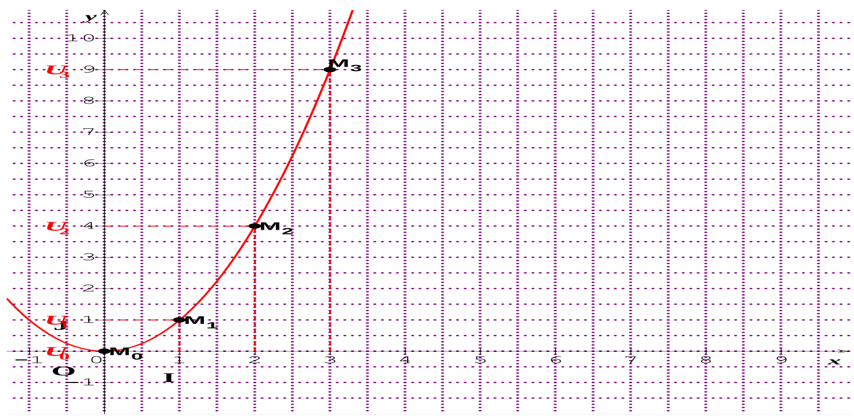
**1er Méthode**

$U_0 = 0^2 = 0\,;\; U_1 = 1^2 = 1\,;\; U_2 = 2^2 = 4\,; U_3 = 3^2 = 9$



**1^er Méthode**

Traçons la courbe de la fonction de la fonction $f$ définie par $f(x) = x^2$.



## 4- SUITES ARITHMETIQUES-SUITES GEOMETRIQUES

### 4.1. Suites arithmétiques

#### 4.1.1. Définition

Soit $(U_n)$ une suite numérique.
$(U_n)$ est une suite arithmétique si chaque terme est obtenu
À partir du précédent par addition d'une constante, c'est-a-dire s'il existe un nombre réel r tel que :
Pour tout n élément de E, $U_{n+1} = U_n + r$ . le nombre réel r est appelé raison de la suite $(U_n)$.
On note : $(U_n) : \begin{cases} U_0 = a \\ U_{n+1} = U_n + r \end{cases}$ , où $U_0$ est le premier terme.

**Exemple**

La suite $(0\,;1\,;2\,;4\,;\dots\dots\dots.)$ Des entiers naturels, de terne général $U_n = n$ est une suite arithmétique de raison 1

**Exercice de fixation**

Soit $(t_n)$ la suite definie par : $\begin{cases} t_1 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}^*, t_{n+1} = t_n + 3 \end{cases}$

a) Justifie que la suite t est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Calcule les 3 premiers termes de la suite t.

**Solution**

a) On a : $\forall n \in \mathbb{N}^*, t_{n+1} = t_n + 3$ alors la suit t est de la forme $U_{n+1} = U_n + r$ donc t est suite arithmétique de raison 3et de premier terme $t_1 = 2$.
b) On a : $t_1 = 2$ ; $t_2 = t_1 + 3 = 5$ ; $t_3$= $t_2$+3 = 8

### 4.1.2. Passage de la forme de récurrence à la forme explicite

Soit $(U_n)$ une suite arithmétique de premier terme $U_0 = a$ et de raison $r$ définie par la formule de récurrence : $(U_n)$ : $\begin{cases} U_0 = a \\ U_{n+1} = U_n + r \end{cases}$ .

On admet la forme explicite suivante de $U_n$ : $\boldsymbol{U_n = U_0 + nr}$

Plus généralement

Si le premier terme est d'indice $p$ $(n > p)$ alors $\boldsymbol{U_n = U_P + (n - p)r}$ .

**Exercice de fixation**

Soit $(U_n)$ la suite arithmétique définie par : $(U_n)$ : $\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = U_n + 5 \end{cases}$

a)Donne la formule explicite de $U_n$

b) Calcule $U_{10}$

**Solution**

a/ $(U_n)$ est une suite arithmétique de raison 5 et de premier terme $U_0$= 6,

Alors, $U_n = U_0 + (n - 0)r$ ; Donc $U_n = 6 + 5n$

b/ $U_{10} = 6 + 5 \times 10 = 56$

### 4.1.3. Somme des termes d'indices consécutifs d'une suite arithmétiques

**Propriété**

Soit $U_n$ le terme général d'une suite arithmétique de premier terme $U_k$ , de raison $r$ et p le nombre de termes d'indices consécutifs .La somme des p termes d'indices consécutifs est :

$$S = \text{nombre de termes} \times \frac{(\text{1er terme de la somme}+\text{dernier terme de la somme})}{2}$$

**Exercice de fixation**

Soit $U_n$ le terme général d'une suite arithmétique telle que $U_n = 5n + 6$ .

Calcule la somme des 10 premiers termes de U.

**Proposition de solution**

On a : $U_0$=6 et $U_9 = 51$

Alors $S = 10 \times \frac{(U_0+U_9)}{2} = 10 \times \frac{(6+51)}{2} = 285$

### 4.2. Suites géométriques

#### 4.2.1. Définition

Soit $(U_n)$ une suite numérique.
$(U_n)$ est une suite géométrique s'il existe un nombre réel q $(q \neq 0)$. Tel que :
Pour tout n élément de E, $U_{n+1} = q \times U_n$. Le nombre réel q est appelé raison de la suite $(U_n)$.
On note $(U_n)$ : $\begin{cases} U_0 = a \\ U_{n+1} = qU_n \end{cases}$

**Exercice de fixation**

Soit la suite $(v_n)$ définie par : $\begin{cases} v_0 = 100000 \\ v_{n+1} = 1{,}04 v_n \end{cases}$

a) Montre que la suite V est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme $v_0$

b) Calcule les 3 premiers termes de la suite t.

**Proposition de solution**

a) On a : $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{1{,}04V_n}{V_n} = 1{,}04$ alors V est une suite géométrique de raison 1,04 et de premier terme $V_0$=100000
b) On a : $V_0$=100000 ; $V_1$=1,04× $V_0$=1,04×100000=104000 et $V_2$=1,04× $V_1$=108160

#### 4.2.2. Passage de la forme de récurrence à la forme explicite

**Propriété**

Soit $U_n$ une suite géométrique de premier terme $U_0 = a$ et de raison q.

On a : $U_n = U_0 \times q^n$

**Cas général**

Si le premier terme est d'indice p alors $U_n = U_P \times q^{(n-p)}$ .

**Exercice de fixation**

Soit la suite géométrique de premier terme 2 et de raison $\frac{1}{3}$.Pour tout n élément de ℕ, exprime $U_n$ en fonction de n.

**Proposition de solution**

On a :∀n∈ℕ, $U_n = U_0 \times q^{(n-0)}$

Alors , $U_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$ ,

#### 4.2.3. Somme des termes d'indices consécutifs d'une suite géométrique

Soit $(U_n)$ une suite géométrique de premier terme $U_k$ et de raison q($q \neq 0$).

La somme des p termes d'indices consécutifs est :

S = $U_k \times \frac{1-q^p}{1-q}$ ; avec $\mathrm{p} = \mathrm{n} - \mathrm{k} + 1$ ,( n>k).

**Exercice de fixation**

Soit $U_n$ la suite géométrique de premier terme $U_2 = 4$ et de raison q=3. Calcule la somme S des 5 premiers termes d'indices consécutifs.

**Solution**

$$\mathrm{S} = \mathrm{U}_2 \times \frac{1-3^{(6-2+1)}}{1-3} \text{ , ce qui donne } \mathrm{S} = 484$$

## C. SITUATION COMPLEXE

La location d'une machine de labour coûte 35 000 francs la première journée et chaque journée supplémentaire coûte 2500 francs de plus que la journée précédente.

Le service de la météorologie a annoncé les premières pluies. Monsieur Yéo souhaite louer cette machine, mais il ne dispose que de la somme de 400. 000 francs. S'inquiétant du fait de finir ces travaux afin de bénéficier des premières pluies, il se demande si cette somme peut lui permettre de louer cette machine pendant une semaine. Il solliciter de son fils pour être situé. Afin d'apporter une aide son fils te demande de l'aider. En t'appuyant sur tes connaissances propose une solution à la famille eo.

**Réponse**

Pour répondre à la préoccupation de M Yeo, je vais utiliser les suites numériques.

- Pour se faire, je vais :

- ✓ Détermier le coût de la location de cette machine pour une semaine de labour
- ✓ Comparons ce montant à 400000

- Déterminons le coût de la location de cette machine pour une semaine de labour puis comparons ce montant à 400.000.

Soit $C_1$ le coût de la première journée et $C_n$ le coût de la nième journée.

Le coût de location de la (n+1)-ième journée est $c_{n+1}= C_n+2500$.

Cette situation peut être modélisée par une suite arithmétique de raison 2500 et de premier terme 35000.

La formule explicite de la suite $(C_n)$ est : $C_n = 35000 + 2500(n - 1)$

Calculons la somme S des 7 premiers termes de cette suite.

$S = 7 \times \frac{C_1+C_7}{2}$ or $C_7 = 50000$ . Donc $S = 7 \times \frac{35000+50000}{2} = 420.000$

On a : $420.000 > 400.000$ , alors Monsieur Yeo ne pourra pas louer la machine pour une semaine.

## D. EXERCICES

### 1-Exercices de fixation

**Exercice 1**

Recopie le numéro de l'affirmation suivi de Vrai si elle est vraie et Faux si elle est fausse

| N° | Affirmations |
|---|---|
| 1 | La suite $(U_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par :$\forall n \in \mathbb{N}$ ,$U_0$=1 et $U_{n+1}+U_n$ =1 est une suite arithmétique |
| 2 | La suite $(U_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par :$\forall n \in \mathbb{N}$ ,$U_n$ =3n+1 est une suite arithmétique |
| 3 | La suite $(U_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par :$\forall n \in \mathbb{N}$ ,$U_0$=2 et $U_{n+1}=-U_n$ n' est pas une suite géométrique |
| 4 | La suite $(U_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par :$\forall n \in \mathbb{N}$ ,$U_n$ =$-$3n est une suite géométrique |
| 5 | La somme S des p termes d'indices consécutifs d'une suite géométrique U de raison q et de premier $U_k$ est : $S = U_k \times \frac{q^p-1}{q-1}$ |

**Réponse attendue**

1- Vrai ; 2- Vrai ; 3- Faux
2- Faux
3- Faux

**Exercice 2**

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_n = \dfrac{n-1}{n^2+2}$

Calcule $u_0$, $u_2$ et $u_{20}$

**Résolution**

$u_0 = \dfrac{0-1}{0^2+2} = -\dfrac{1}{2}$ $\quad u_1 = \dfrac{1-1}{1^2+2} = \dfrac{0}{3} = 0$ $\quad u_2 = \dfrac{2-1}{2^2+2} = \dfrac{1}{6}$ $\quad u_2 = \dfrac{20-1}{20^2+2} = \dfrac{19}{402}$

**Exercice 3**

(1) Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $\begin{cases} w_0 = 3 \\ w_{n+1} = \dfrac{1}{2}w_n + 5 \end{cases}$. Calcule $w_1$, $w_2$ et $w_4$.

(2) Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $\begin{cases} v_1 = 6 \\ v_{n+1} = -2v_n \end{cases}$. Calcule $v_2$, $v_3$ et $v_5$.

**Réponse**

(1) : $w_1 = \frac{13}{2}$ ; $w_2 = \frac{33}{4}$ ; $w_3 = \frac{1}{2}w_2 + 5 = \frac{73}{8}$ $w_4 = \frac{1}{2}w_3 + 5 = \frac{153}{16}$

**Exercice 4**

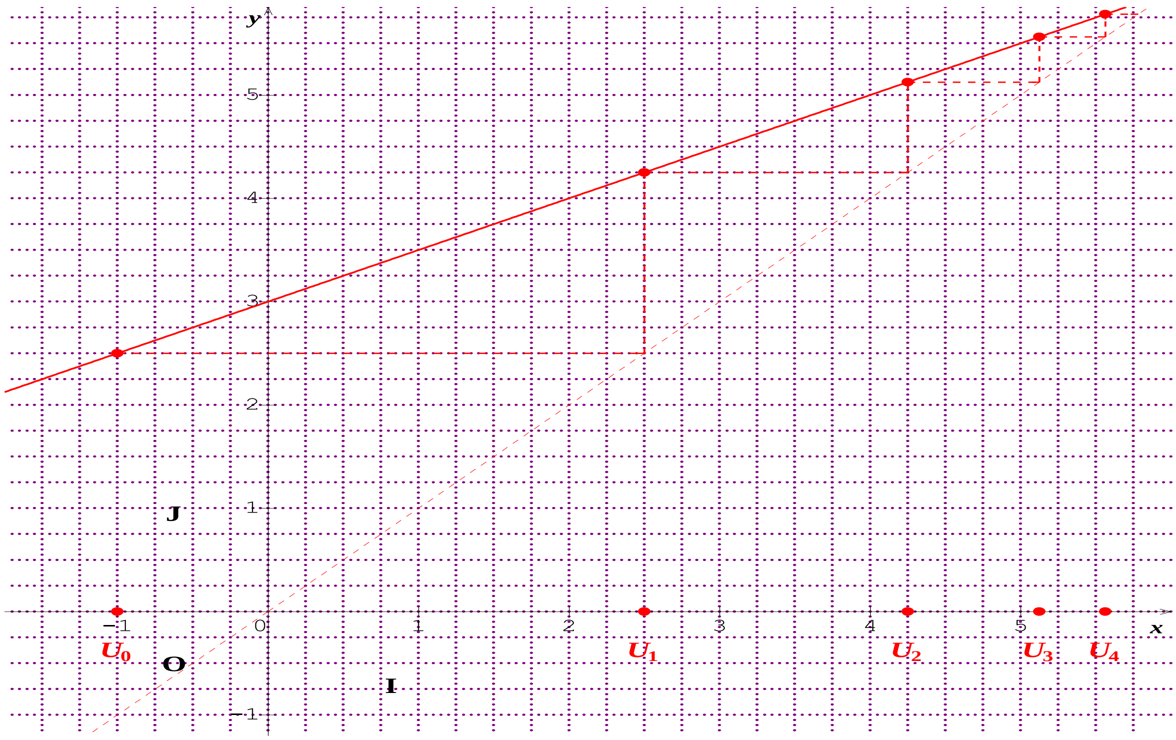
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).

Soit ($D_2$) la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{2}x + 3$ et ($D_1$) la droite d'équation $y = x$.


On considère la suite ($u_n$) définie par $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 3 \end{cases}$.

Représente sur l'axe (OI) les termes $u_0$ ; $u_1$ ; $u_2$ ; $u_3$ et $u_4$ à l'aide de (D) et de (Δ).

**Réponse**




2-**Exercices de renforcement**

**Exercice 1**

Soit la suite $(u_n)$, $n \in \mathbb{N}$ définie par : $u_n = \frac{2}{3}n + 3$

Montre que $(u_n)$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

**Réponse**

On a : $u_n = \frac{2}{3}n + 3$ et $u_{n+1} = \frac{2}{3}(n+1) + 3 = \frac{2}{3}n + \frac{11}{3}$ alors $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}n + \frac{11}{3} - (\frac{2}{3}n + 3) = \frac{2}{3}$.

Donc $u_{n+1} = u_n + \frac{2}{3}$. Par conséquent $(u_n)$ est une suite arithmétique de raison $\frac{2}{3}$ et de premier terme $u_0 = 3$

**Exercice** 2

Calcule la somme des huit premiers termes d'une suite géométrique de raison 10 et de premier terme 1.

**Réponse**

La somme des huit premiers termes $S_8$ est telle que $S_8 = v_1 \times \frac{1-10^8}{1-10}$.

Donc $S_8 = v_1 \times \frac{1-10^8}{1-10} = 11111111$

**<u>Exercise</u> 3**

1) Soit ($u_n$) une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme $u_1$ telle que $u_{30} = 62$.
   Calcule $u_1$ et $s_{30}$

2) Soit ($u_n$) une suite arithmétique de raison r et de premier terme $U_1$. Sachant que $u_1 = 3$, détermine r et l'entier naturel n tel que $u_n = -15$ et $s_n = -60$.

**<u>Réponse</u>**

1) On a : $u_n = u_{30} + 2(n-30) = 62 + 2n - 60 = 2n + 2$ , alors $u_1 = 2\times1+2 = 4$ . Donc $u_1 = 4$.

$$S_{30} = 30\times\frac{u_1+u_{30}}{2} = 30\times\frac{4+62}{2} = 990$$

**<u>Exercice</u> 4 :**

Soit ($u_n$) une suite géométrique de raison q et de premier terme $u_1$.

1) Détermine q sachant que $u_1 = 3$ et $u_5 = 48$.
2) Sachant que $u_1 = 5$ et $q = \frac{1}{2}$, calculer $u_{10}$ et $s_{10}$.

**<u>Réponse</u>**

1) On a : $u_5 = u_3 \times q^{5-3}$ Alors $48 = 3\times q^2$ . Donc $q = 4$
2) On a: $u_{10} = u_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10-1}$ Alors $u_{10} = 5\times\left(\frac{1}{2}\right)^{10-1} = \frac{5}{512}$ Donc $u_{10} = \frac{5}{512}$

   On a: $S_{10} = u_1 \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)}$ Alors $S_{10} = 5\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)}$ . Donc $S_{10} = 4{,}99$

**<u>Exercices d'approfondissement</u>**

**<u>Exercice 1</u>**

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 2u_n + 1$. Et soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que, pour tout entier naturel n, $v_n = u_n + 1$.

1- a- Démontre que la suite ($v_n$) est géométrique.
   b- En déduis les expressions de $v_n$ puis de $u_n$ en fonction de n.
2- Détermine la somme s des 10 premiers termes de la suite V.

**<u>Réponse</u>**

1- a- Démontrons que la suite $(v_n)$ est géométrique.

On a : $v_{n+1} = u_{n+1} + 1 = 2u_n + 1 + 1 = 2u_n + 2 = 2(u_n + 1)$ Alors $v_{n+1} = 2v_n$ Donc $(v_n)$ est une suite géométrique de raison 2.

b- Déduis-en les expressions de $v_n$ puis de $u_n$ en fonction de n.

On a : $v_n = v_0 \times 2^n = 2 \times 2^n$ or $u_n = v_n - 1$. Donc $u_n = 2 \times 2^n - 1$

2- Déterminons somme s des 10 premiers termes de la suite V .

On a: $S_9 = v_0 \times \frac{1-2^{10}}{1-2}$ Alors $S_9 = 2 \times \frac{1-2^{10}}{1-2}$. Donc $S_9 = 2046$

**Exercice 2**

En 2020, 4000 contrôles radar ont été effectués sur une route de Côte d'Ivoire. Il a été prévu d'augmenter le nombre de ces contrôles de 200 tous les ans.

1) Calcule le nombre de contrôles qui seront effectués en 2021, puis en 2022.
2) On désigne par $c_n$ le nombre de contrôles effectués au bout de n années.
   a- Exprime $c_n$ en fonction de n.
   b- Détermine le nombre total de contrôles pour l'année 2026.
   c- Détermine le nombre d'années pour que le nombre de contrôles atteigne 6000.
3) Détermine le nombre total de contrôles de l'année 2020 à l'année 2029.

**Réponse**

1. Calcule le nombre de contrôles qui seront effectués en 2021, puis en 2022.

En 2020 ; il y a eu 4000 contrôles, on aura en 2021 : 4000+200 donc 4200 contrôles

En 2022 : 4200+200 donc 4400 contrôles.

2. a- Exprime $C_n$ en fonction de n

Soit $C_1$ le nombre de contrôle de la première année et $C_n$ le nombre de contrôle de la nième année.

Le nombre de contrôle de la (n+1)-ième année est $c_{n+1} = C_n + 200$.

Cette situation peut être modélisée par une suite arithmétique de raison 200 et de premier terme 4000.

La formule explicite de la suite $(C_n)$ est : $C_n = C_1 + 200(n-1) = 3800 + 200n$

b- Détermine le nombre total de contrôles pour l'année 2026.

$C_7 = 3800 + 7 \times 200 = 5200$

c- Détermine le nombre d'années pour que le nombre de contrôles atteigne 6000.

On a : $C_n = 6000$; alors $3800 + 200n = 6000$. Donc $n = 11$

Par conséquent, il faut 11 ans pour que le nombre de contrôle atteigne 6000.

3. Détermine le nombre total de contrôles de l'année 2020 à l'année 2029.

$$S_{10} = C_0 + C_1 + C_3 + \cdots + C_9 = 10 \ \times \frac{4000 + 5800}{2} = 49000$$