CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE



LEÇON : GEOMETRIE ANALYTIQUE DU PLAN

I- SITUATION D'APPRENTISSAGE

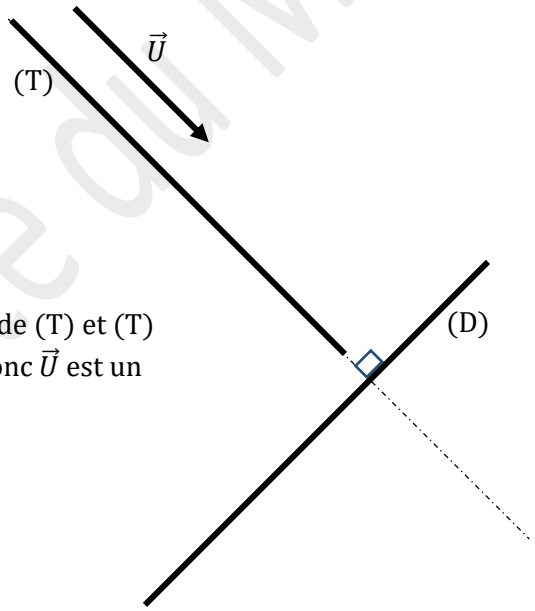
Dans un exercice, Adou un élève de première C découvre qu'on peut démontrer à l'aide des vecteurs normaux que deux droites d'équations cartésiennes données sont perpendiculaires ou pas. Il décide d'étudier les vecteurs normaux.

II- RESUME DE COURS

1) Vecteur normal d'une droite

Définition

On appelle **vecteur normal d'une droite** (D), tout vecteur directeur d'une droite perpendiculaire à (D).



$\vec{U}$ est un vecteur directeur de (T) et (T) est perpendiculaire à (D) donc $\vec{U}$ est un **vecteur normal** à (D).

2) Droite définie par un point et un vecteur normal

a) Propriété

Soit **a** et **b** deux nombres réels tel que : $(a ; b) \neq (0;0)$.

- Pour tout nombre réel **c**, la droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ admet $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ pour vecteur normal.
- Réciproquement, une droite de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ admet pour équation cartésienne $ax + by + c = 0$ où **c** est un nombre réel.

Propriété du MENETFP

3) Vecteurs normaux de deux droites parallèles

Propriété

Soit $(\mathcal{D})$ et (Δ) deux droites de vecteurs normaux respectifs : $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$.

$(\mathcal{D}) \,//\, (\Delta)$ équivaut à $ab' - a'b = 0$.

4) Vecteurs normaux de deux droites perpendiculaires

Propriété

Soit $(\mathcal{D})$ et (Δ) deux droites de vecteurs normaux respectifs : $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$.

$(\mathcal{D}) \perp (\Delta)$ équivaut à $aa' + bb' = 0$.

5) Distance d'un point à une droite

Propriété

Soit $A\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ un point du plan et $(\mathcal{D})$ une droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$.

On a : $d(A;(\mathcal{D})) = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

III- EXERCICES

Exercice 1

La droite (D) d'équation cartésienne $2x - 3y + 9 = 0$ admet pour vecteur normaux :

a) $\vec{n}\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ c) $\vec{v}\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$

Exercice 2

La droite (T) passant par le point $A\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ a pour équation cartésienne :

a) $-x + 3y = 0$ b) $-x + 3y - 5 = 0$ c) $-x + 3y + 5 = 0$

Exercice 3

Soit (D) la droite d'équation $3x - 4y + 15 = 0$.

Calcule la distance du point $A\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ à la droite (D).

IV- SITUATION D'EVALUATION

Sur une carte,

Propriété du MENETFP